PRIMITIVAÇÃO POR PARTES

Apresentam-se as principais sugestões para efectuar a primitivação por partes com sucesso e uma proposta de resolução dos exercícios apresentados

PRIMITIVAÇÃO POR PARTES

Quando se pretende primitivar um produto de duas funções *e não se está perante uma primitiva imediata*, usa-se, de um modo geral, o método de primitivação por partes, que é um método baseado na expressão da derivada do produto de duas funções:

$$\boxed{\int f_1(x)\, f_2(x) = f_1(x)\int f_2(x) - \int\left(f_1'(x)\int f_2(x)\right)}$$

Onde f_1 é uma função derivável e f_2 é uma função primitivável.

A fórmula acima apresentada, resulta da seguinte identidade:

Seja $F(x)=\int f_2(x)$ e $G(x)=\int f_1(x)$

Derivando o produto de $F(x)\, f_1(x)$, obtemos :

$$\left(F(x)\, f_1(x)\right)' = \left(F(x)\right)' f_1(x) + F(x)\, f_1'(x)$$

$$\left(F(x)\right)' f_1(x) = \left(F(x).f_1(x)\right)' - F(x).f_1'(x)$$

Mas da definição de primitiva de uma função podemos escrever que $F'(x) = f_2(x)$, e então a igualdade anterior ficará:

$$f_2(x)\, f_1(x) = \left(F(x).f_1(x)\right)' - F(x).f_1'(x)$$

Primitivando esta igualdade obtemos:

$$\int f_2(x)\, f_1(x) = \int\left(F(x).f_1(x)\right)' - \int F(x).f_1'(x)$$

$$\int f_2(x)\, f_1(x) = \left(F(x).f_1(x)\right) - \int F(x).f_1'(x)$$

$$\int f_1(x)\, f_2(x) = f_1(x)\int f_2(x) - \int\left(f_1'(x)\int f_2(x)\right)$$

que é a fórmula apresentada inicialmente

O sucesso da aplicação deste método está na escolha da função pela qual se começa a primitivar, assim sendo, apresentam-se abaixo algumas sugestões, todas baseadas no princípio de que se deve escolher para primitivar a função que mais se complica quando se deriva:

1) *Sabendo-se primitivar apenas um dos factores, é por ele que se começa.*

$$\int x \, ln(x)dx$$
$$f_1 = ln(x)$$
$$f_2 = x$$

2) Se a função a primitivar é o ***produto de um polinómio por uma função transcendente:***

2.1) Se a função transcendente é tal que a sua derivação conduz a outra função transcendente que lhe é semelhante (por exemplo as funções circulares e exponencial), deve-se começar a primitivar por ela.

$$\int (x+1) sen(x)dx$$
$$f_1 = (x+1)$$
$$f_2 = sen(x)$$

2.2) Quando a derivação da função transcendente conduz a uma função não transcendente (por exemplo a função logarítmica e as funções circulares inversas), começa-se a primitivar pelo polinómio.

$$\int x \, ln(x)dx$$
$$f_1 = ln(x)$$
$$f_2 = x$$

3) *Quando existe apenas uma função cuja primitiva não se conhece, multiplica-se a função pelo factor 1 e começa-se a primitivar por este.*

$$\int ln(x)dx =$$
$$\int 1 \, ln(x)dx$$
$$f_1 = ln(x)$$
$$f_2 = 1$$

4) *Quando se aplica a regra da primitivação por partes várias vezes seguidas, pode obter-se no segundo membro uma primitiva igual à que se pretende calcular. Neste*

caso, isola-se essa primitiva num dos membros e a igualdade passa a tratar-se como uma equação, onde a incógnita é a primitiva em causa.

$$\int sen\left(ln\left(x\right)\right)dx$$

$$f_1 = sen\left(ln\left(x\right)\right)$$

$$f_2 = 1$$

EXERCÍCIO 1

Calcule as seguintes primitivas

a) $\int x\ln(x)dx$

b) $\int (x+1)\ \ sen(x)dx$

c) $\int xe^{x}dx$

d) $\int x5^{x}dx$

e) $\int \left(2x^{2}+3\right)\ \ln(5x)dx$

f) $\int \ln(x)dx$

g) $\int sen(\ln x)dx$

EXERCÍCIO 2

Calcule as seguintes primitivas

a) $\int (3+2x)e^{3x}dx$

b) $\int (2x+3)\ln(x)dx$

c) $\int arctg\left(\frac{1}{x}\right)\ dx$

d) $\int x\sec^{2}(x)dx$

e) $\int \frac{\ln(\ln x)}{x}dx,\quad x\geq 2$

f) $\int arcsen(x)dx$

g) $\int x^{3}\ln(x)dx$

h) $\int sen(x)\ln\left(1+sen\ \ (x)\right)dx$

i) $\int \frac{x^{3}}{\sqrt{1-x^{2}}}dx$

j) $\int sen(x)arcsen(\cos x)dx$

k) $\int \left(\frac{x}{e^{x}}\right)^{2}dx$

l) $\int 2\cos x\ln\left(sen^{2}x\right)dx$

m) $\int xsen(x)\cos(x)dx$

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

EXERCÍCIO 1

a) $\int x\ln(x)dx$

Vamos começar a primitivar por x, pois não conhecemos $\int \ln(x)dx$. Temos então $f_1 = \ln x, \quad f_2 = x$. Aplicando a fómula da primitivação por partes, temos:

$$\int x\ln(x)dx = \underbrace{\ln x}_{f_1}\int \underbrace{x}_{f_2}\,dx - \int\left(\underbrace{(\ln x)'}_{f_1'}\int \underbrace{x}_{f_2}\,dx\right)dx$$

$$= \ln(x)\left(\frac{x^2}{2}\right) - \int \frac{1}{x}\frac{x^2}{2}\,dx$$

$$= \ln(x)\left(\frac{x^2}{2}\right) - \frac{1}{2}\int xdx$$

$$= \ln(x)\left(\frac{x^2}{2}\right) - \frac{1}{2}\frac{x^2}{2} + C, \quad C \in \Re$$

$$= \left(\frac{x^2}{2}\right)\ln(x) - \frac{x^2}{4} + C, \quad C \in \Re$$

$$= \left(\frac{x^2}{2}\right)\left(\ln(x) - \frac{1}{2}\right) + C, \quad C \in \Re$$

b) $\int (x+1)\ \ sen(x)dx$

Vamos começar a primitivar por $sen(x)$, pois a sua derivada é ainda uma função transcendente . Temos então $f_1 = (x+1), \quad f_2 = sen(x)$. Aplicando a fómula da primitivação por partes, temos:

$$\int (x+1)\ \ sen(x)dx = (x+1)\int sen(x)dx - \int\left((x+1)'\int sen(x)dx\right)dx$$

$$= (x+1)(-\cos(x)) - \int(-\cos(x))dx$$

$$= (x+1)(-\cos(x)) + sen(x) + C, \quad C \in \Re$$

$$= -(x+1)\cos(x) + sen(x) + C, \quad C \in \Re$$

c) $\int xe^x dx$

Vamos começar a primitivar por e^x, pois a sua derivada é ainda uma função transcendente . Temos então $f_1 = x, \quad f_2 = e^x$. Aplicando a fómula da primitivação por partes, temos:

$$\int xe^x dx = x\int e^x dx - \int\left((x)'\int e^x dx\right)dx$$

$$= xe^x - \int e^x dx$$

$$= xe^x - e^x + C, \quad C \in \Re$$

$$= e^x(x-1) + C, \quad C \in \Re$$

d) $\int x5^x dx$

Vamos começar a primitivar por 5^x, pois a sua derivada é ainda uma função transcendente . Temos então $f_1 = x, \quad f_2 = 5^x$. Aplicando a fómula da primitivação por partes, temos:

$$\int x5^x dx = x\int 5^x dx - \int\left((x)'\int 5^x dx\right)dx$$

$$= x\frac{5^x}{\ln 5} - \int \frac{5^x}{\ln 5}dx$$

$$= x\frac{5^x}{\ln 5} - \frac{1}{\ln 5}\frac{5^x}{\ln 5} + C, \quad C \in \Re$$

$$= \frac{5^x}{\ln 5}\left(x - \frac{1}{\ln 5}\right) + C, \quad C \in \Re$$

e) $\int\left(2x^2+3\right)\ \ln(5x)dx$

Vamos começar a primitivar por $\left(2x^2+3\right)$, pois a derivada de $\ln(5x)$ já não é uma função transcendente (também não conhecemos $\int \ln(5x)dx$). Temos então $f_1 = \ln(5x), \quad f_2 = 2x^2+3$. Aplicando a fórmula da primitivação por partes, temos:

$$\int\left(2x^2+3\right)\ \ln(5x)dx = \ln(5x)\int\left(2x^2+3\right)dx - \int\left((\ln(5x))'\int\left(2x^2+3\right)dx\right)dx$$

$$= \ln(5x)\left(\frac{2}{3}x^3+3x\right) - \int\left(\frac{5}{5x}\right)\left(\frac{2}{3}x^3+3x\right)dx$$

$$= \left(\frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\ln(5x) - \int\left(\frac{5}{5x}\right)\left(\frac{2}{3}x^3 + 3x\right)dx$$
$$= \left(\frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\ln(5x) - \int\left(\frac{2}{3}x^2 + 3\right)dx$$
$$= \left(\frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\ln(5x) - \frac{2}{9}x^3 - 3x + C,\quad C \in \Re$$

f) $\int \ln(x)dx$

Quando existe apenas uma função cuja primitiva não se conhece, multiplica-se a função pelo factor 1 e começa-se a primitivar por este.Teremos então $f_1 = \ln(x), \quad f_2 = 1$

$$\int \ln(x)dx = \int 1.\ln(x)dx$$
$$= \ln(x)\int 1dx - \int\left((\ln(x))' \int 1dx\right)dx$$
$$= \ln(x)x - \int\left(\frac{1}{x}x\right)dx$$
$$= x\ln(x) - x + C,\quad C \in \Re$$
$$= x(\ln(x) - 1) + C,\quad C \in \Re$$

g) $\int sen(\ln x)dx$

Quando existe apenas uma função cuja primitiva não se conhece, multiplica-se a função pelo factor 1 e começa-se a primitivar por este.Teremos então $f_1 = sen(\ln x), \quad f_2 = 1$

$$\int sen(\ln x)dx = \int 1.sen(\ln x)dx$$
$$= sen(\ln x)\int 1dx - \int\left((sen(\ln x))' \int 1dx\right)dx$$
$$= sen(\ln x)x - \int\left(x\cos(\ln x)\frac{1}{x}\right)dx$$

$= xsen(\ln x) - \int(\cos(\ln x))dx$ temos aqui novamente uma primitiva por partes semelhante à anterior.

$$\int sen(\ln x)dx = xsen(\ln x) - \int \cos(\ln x).1 \quad dx$$

$$\int sen(\ln x)dx = xsen(\ln x) - \left[\cos(\ln x)\int 1dx - \int\left((\cos(\ln x))' \int 1dx\right)\right]dx$$

$$\int sen(\ln x)dx = xsen(\ln x) - \left[\cos(\ln x)x + \int x\left(sen(\ln x)\frac{1}{x}\right)\right]dx$$

$$\int sen(\ln x)dx = xsen(\ln x) - \cos(\ln x)x - \int (sen(\ln x))dx$$

Surge no segundo membro uma primitiva igual à do primeiro membro. Nestes casos, *isola-se essa primitiva num dos membros e a igualdade passa a tratar-se como uma equação, onde a incógnita é a primitiva em causa.*

$$2\int sen(\ln x)dx = xsen(\ln x) - x\cos(\ln x)$$

$$\int sen(\ln x)dx = \frac{xsen(\ln x) - x\cos(\ln x)}{2} + C, \quad C \in \Re$$

$$\int sen(\ln x)dx = \frac{x(sen(\ln x) - \cos(\ln x))}{2} + C, \quad C \in \Re$$

EXERCÍCIO 2

a) $\int (3+2x)e^{3x}dx$

Vamos começar a primitivar por e^{3x}, pois a sua derivada é ainda uma função transcendente . Temos então $f_1 = (3+2x)$, $f_2 = e^{3x}$. Aplicando a fórmula da primitivação por partes, temos:

$$\int (3+2x)e^{3x}dx = (3+2x)\int e^{3x}dx - \int\left((3+2x)' \int e^{3x}dx\right)dx$$

$$= (3+2x)\frac{e^{3x}}{3} - \int\left(2\frac{e^{3x}}{3}\right)dx$$

$$= (3+2x)\frac{e^{3x}}{3} - \left(2\frac{e^{3x}}{9}\right) + C, \quad C \in \Re$$

$$= \frac{e^{3x}}{3}\left[(3+2x) - \frac{2}{3}\right] + C, \quad C \in \Re$$

b) $\int (2x+3)\ln(x)dx$

Vamos começar a primitivar por $(2x+3)$, pois não conhecemos $\int \ln(x)dx$

$$\int (2x+3)\ln(x)dx = \ln(x)\int (2x+3)dx - \int \left((\ln(x))' \int (2x+3)dx\right)dx$$

$$= \ln(x)\left(x^2+3x\right) - \int \left(\frac{1}{x}\right)\left(\left(x^2+3x\right)\right)dx$$

$$= \ln(x)\left(x^2+3x\right) - \int (x+3)dx$$

$$= \ln(x)\left(x^2+3x\right) - \frac{x^2}{2} - 3x + C, \quad C \in \Re$$

$$= \ln(x)\left(x^2+3x\right) - \frac{x^2}{2} - 3x + C, \quad C \in \Re$$

c) $\int arctg\left(\frac{1}{x}\right) dx$

Quando existe apenas uma função cuja primitiva não se conhece, multiplica-se a função pelo factor 1 e começa-se a primitivar por este.Teremos então

$f_1 = arctg\left(\frac{1}{x}\right), \quad f_2 = 1$

$$\int arctg\left(\frac{1}{x}\right) dx = \int 1 arctg\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

$$= arctg\left(\frac{1}{x}\right)\int 1dx - \int \left(\left(arctg\left(\frac{1}{x}\right)\right)' \int 1dx\right)dx$$

$$= arctg\left(\frac{1}{x}\right)x - \int \frac{\left(\frac{1}{x}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} xdx$$

$$= arctg\left(\frac{1}{x}\right)x + \int \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x^2+1}{x^2}}dx$$

$$= xarctg\left(\frac{1}{x}\right) + \int \frac{x}{x^2+1} xdx$$

$$= xarctg\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1} xdx$$

$$= xarctg\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right) + C, \quad C \in \Re$$

d) $\int x\sec^2(x)dx$

Vamos começar a primitivar por $\sec^2(x)$, pois a sua derivada é ainda uma função transcendente. Temos então $f_1 = x, \quad f_2 = \sec^2(x)$. Aplicando a fórmula da primitivação por partes, temos:

$$\int x\sec^2(x)dx = x\int \sec^2(x)dx - \int \left((x)'\int \sec^2(x)dx\right)dx$$

$$= xtg(x) - \int tg(x)dx$$

$$= xtg(x) - \int \frac{sen(x)}{\cos(x)}dx$$

$$= xtg(x) + \ln\left|\cos(x)\right| + C, \quad C \in \Re$$

e) $\int \frac{\ln(\ln x)}{x}dx, \quad x \geq 2$

$$\int \frac{\ln(\ln x)}{x}dx = \int \ln(\ln x)\frac{1}{x}dx$$

Vamos começar a primitivar por $\frac{1}{x}$, pois não conhecemos $\int \ln(\ln x)dx$. Temos então $f_1 = \ln(\ln x) \;\; f_2 = \frac{1}{x}$. Aplicando a fómula da primitivação por partes, temos:

$$\int \frac{\ln(\ln x)}{x}dx = \ln(\ln x)\int \frac{1}{x}dx - \int \left((\ln(\ln x))' \int \frac{1}{x}\,dx \right)dx$$

$$= \ln(\ln x)\ln x - \int \left(\frac{\frac{1}{x}}{\ln x}\ln x \right)dx$$

$$= \ln(\ln x)\ln x - \int \frac{1}{x}dx$$

$$= \ln(\ln x)\ln x - \ln x + C, \quad C \in \Re$$

$$= \ln x(\ln(\ln x)-1)+C, \quad C \in \Re$$

f) $\int arcsen(x)dx$

Quando existe apenas uma função cuja primitiva não se conhece, multiplica-se a função pelo factor 1 e começa-se a primitivar por este.Teremos então $f_1 = arcsen(x), \quad f_2 = 1$

$$\int arcsen(x)\ dx = \int 1arcsen(x)\ dx$$

$$= arcsen(x)\int 1dx - \int\left((arcsen(x))' \int 1dx\right)dx$$

$$= arcsen(x)x - \int\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}x\right)dx$$

$$= xarcsen(x) + \frac{1}{2}\int\left(-2x\left(1-x^2\right)^{\frac{-1}{2}}\right)dx$$

$$= xarcsen(x) + \left(1-x^2\right)^{\frac{1}{2}} + C, \quad C \in \Re$$

g) $\int x^3 \ln(x)dx$

Vamos começar a primitivar por x^3, pois não conhecemos $\int(\ln x)dx$. Temos então $f_1 = \ln x \quad f_2 = x^3$. Aplicando a fómula da primitivação por partes, temos:

$$\int \ln(x)x^3dx = \ln(x)\int x^3dx - \int\left((\ln(x))' \int x^3dx\right)dx$$

$$= \ln(x)\frac{x^4}{4} - \int \frac{1}{x}\frac{x^4}{4}dx$$

$$= \frac{x^4}{4}\ln(x) - \frac{1}{20}x^5 + C, \quad C \in \Re$$

h) $\int sen(x)\ln(1+sen\ (x))dx$

Vamos começar a primitivar por $sen(x)$, pois não conhecemos $\int \ln(1+sen\ (x))dx$. Temos então $f_1 = \ln(1+sen\ (x)), \quad f_2 = senx$. Aplicando a fómula da primitivação por partes, temos:

$$\int sen(x)\ln(1+sen\ (x))dx = \ln(1+sen\ (x))\int senxdx - \int\left(\ln(1+sen\ (x))'\int senxdx\right)dx$$

$$= \ln(1+sen\ (x))(-\cos(x)) - \int\left(\frac{\cos x}{1+sen\ (x)}(-\cos x)\right)dx$$

$$= \ln(1+sen\ (x))(-\cos(x)) + \int\left(\frac{\cos^2 x}{1+sen\ (x)}\right)dx$$

$$= \ln(1+sen\ (x))(-\cos(x)) + \int\left(\frac{1-sen^2 x}{1+sen\ (x)}\right)dx$$

$$= \ln(1+sen\ (x))(-\cos(x)) + \int\left(\frac{(1-sen\ x)(1+sen\ x)}{1+sen\ (x)}\right)dx$$

$$= \ln(1+sen\ (x))(-\cos(x)) + \int(1-sen\ x)dx$$

$$= \ln(1+sen\ (x))(-\cos(x)) + x + \cos x\ + C,\quad C\in\Re$$

i) $$\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}dx = \int x^3(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}dx$$

$$= \int \underbrace{x^2}_{f_1}\ \underbrace{x(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}dx}_{f_2}$$

$$= x^2\int x(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}dx - \int\left((x^2)'\int x(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}dx\right)dx$$

$$= \frac{-x^2}{2}\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \int\left(-2x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\right)dx$$

$$= -x^2\sqrt{(1-x^2)} - \frac{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C,\quad C\in\Re$$

$$= -x^2\sqrt{(1-x^2)} - \frac{2}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}} + C,\quad C\in\Re$$

$$= -x^2\sqrt{(1-x^2)} - \frac{2}{3}(1-x^2)\sqrt{(1-x^2)} + C,\quad C\in\Re$$

$$= \sqrt{(1-x^2)}\left(-x^2 - \frac{2}{3}(1-x^2)\right) + C,\quad C\in\Re$$

j) $\int sen(x)arcsen(\cos x)dx$

$$\int sen(x)arcsen(\cos x)dx = \int \underbrace{sen(x)}_{f_2}\underbrace{arcsen(\cos x)}_{f_1}dx =$$

$$arcsen(\cos x)\int sen(x)dx - \int\left((arcsen(\cos x))'\int sen(x)dx\right)dx$$

$$= arcsen(\cos x)(-\cos(x)) - \int\left(\frac{-sen(x)}{\sqrt{1-\cos^2(x)}}(-\cos(x))\right)dx$$

Como $1-\cos^2(x) = sen^2(x)$, temos

$= arcsen(\cos x)(-\cos(x)) - \int\left(\frac{sen(x)\cos(x)}{|sen(x)|}\right)dx$. Considerando $senx \succ 0$, temos:

$$= arcsen(\cos x)(-\cos(x)) - \int \cos(x)dx$$

$$= -\cos(x)arcsen(\cos x) - sen(x) + C, \quad C \in \Re$$

k) $\int\left(\frac{x}{e^x}\right)^2 dx$

$\int\left(\frac{x}{e^x}\right)^2 dx = \int x^2e^{-2x}dx$ Vamos começar a primitivar por e^{-2x}, pois a sua derivada ainda é uma função transcendente.Temos então:

$$\int \underbrace{x^2}_{f_1}\underbrace{e^{-2x}}_{f_2}dx = x^2\int e^{-2x}dx - \int\left(\left(x^2\right)'\int e^{-2x}dx\right)dx$$

$$= \frac{-x^2}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}\int 2xe^{-2x}dx$$

$$= \frac{-x^2}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}\left[\int \underbrace{2x}_{f_1}\underbrace{e^{-2x}}_{f_2}dx\right]$$

$$= \frac{-x^2}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}\left[-xe^{-2x} + \int e^{-2x}dx\right]$$

$$= \frac{-x^2}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}\left[-xe^{-2x} - \frac{1}{2}e^{-2x}\right] + C, \quad C \in \Re$$

$$= -\frac{1}{2}x^2e^{-2x} - \frac{1}{2}xe^{-2x} - \frac{1}{4}e^{-2x} + C, \quad C \in \Re$$

$$= e^{-2x}\left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right) + C, \quad C \in \Re$$

l) $\int 2\cos x \ln\left(sen^2 x\right)dx$.

Vamos começar a primitivar $\cos(x)$, pois não conhecemos a primitiva de $\ln\left(sen^2 x\right)$.

$$\int 2\cos x \ln\left(sen^2 x\right)dx =$$

$$2\int \underbrace{\cos x}_{f_2}\underbrace{\ln\left(sen^2 x\right)}_{f_1}dx = 2\left[\ln\left(sen^2 x\right)\int \cos x dx - \left(\int \left(\ln\left(sen^2 x\right)\right)' \int \cos(x)dx\right)dx\right]$$

$$= 2\left[\ln\left(sen^2 x\right)sen(x) - \left(\int \frac{2senx\cos x(-sen(x))}{sen^2(x)}dx\right)dx\right]$$

$$= 2\left[sen(x)\ln\left(sen^2 x\right) + \int 2\cos(x)dx\right]$$

$$= 2\left[sen(x)\ln\left(sen^2 x\right) + 2sen(x)\right] + C, C \in \Re$$

m) $\int xsen(x)\cos(x)dx$

Vamos primitivar a função transcendente, pois a sua derivada conduz a outra função transcendente.

$$\int xsen(x)\cos(x)dx = \int \underbrace{x}_{f_1}\underbrace{sen(x)\cos(x)}_{f_2}dx = x\frac{sen^2(x)}{2} - \int\left(1.\frac{sen^2(x)}{2}\right)dx$$

$$= x\frac{sen^2(x)}{2} - \frac{1}{2}\left[\int sen\ (x)sen\ (x)dx\right]$$

Vamos calcular $\int sen^2(x)dx$.

$$\int sen^2(x)dx = -senx\cos x + \int \cos^2 xdx$$

$$\int sen^2(x)dx = -senx\cos x + \int\left(1 - sen^2 x\right)dx$$

$$\int sen^2(x)dx = -senx\cos x + x - \int sen^2(x)dx$$

$$2\int sen^2(x)dx = -senx\cos x + x$$

$$\int sen^2(x)dx = \frac{-senx\cos x + x}{2}$$

Então, voltando à primitiva inicial, temos:

$$\int x sen(x)\cos(x)dx = x\frac{sen^2(x)}{2} - \frac{1}{2}\left[\int sen\ (x) sen\ (x)dx\right] =$$

$$= x\frac{sen^2(x)}{2} - \frac{1}{2}\left[\frac{-senx\cos x + x}{2}\right] + C,\quad C \in \Re$$